3Le Week-End du Raid 28 2021 c'est toute l'année !

DEFI n°19 – Le Fléché Espagnol

Mais quelle heure est-il ?

Solution et quelques explications

V1.00

Vignette 1

Home / DALI Salvador / Les songes drolatiques de Pantagruel

LES SONGES DROLATIQUES DE PANTAGRUEL

12 500,00 €

Tax included

Portfolio illustrated with 25 original handsignbed lithographs by Salvador DALI

Quantity

1 ADD TO CART

Last items in stock

Share

Garanties sécurité (à modifier dans le module "Réassurance")

Sont acceptées les réponses qui contiennent « **songes drolatiques** »

MUSÉES | DALÍ | ŒUVRE | RECHERCHE | EDUCA DALÍ | SERVICES | FONDATION DALÍ | ACTUALITÉS

Peintures de Salvador Dalí

1910 1920 1921 1922 **1923** 1924 1925 1926 1927 1928 1929 1930 1940

© Salvador Dalí, Fundació Gala-Salvador Dalí, Figueres, 2004

Num. cat. P 344

Composition satirique

Description

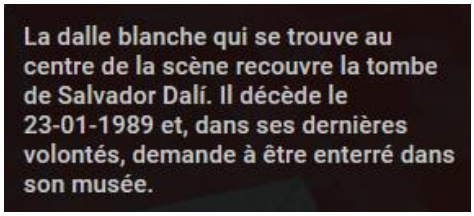
Date:	1923
Technique:	Huile sur carton
Dimensions:	138 x 105 cm
Signature:	Signé et daté dans l'angle inférieur droit: *Dalí 1923*
Localisation:	Mairie de Figueres, en dépôt permanent à la Fundació Gala-Salvador Dalí, Figueres

Sont acceptées les réponses qui contiennent : « **Composition satirique** » / « **Satiral Composition** »

Vignette 2

1) Où voulait aller Dali ?

Oui la crypte est sous la coupole, avec la tombe de Dali :



Mais non ce n'étaient pas les intentions de Dali, ni la solution …:

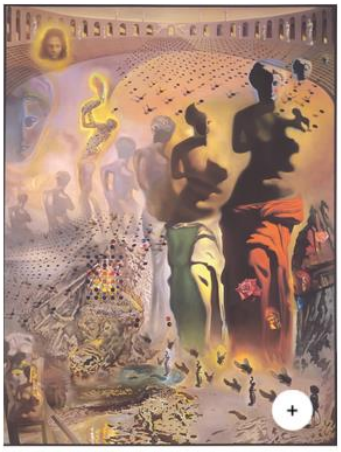
*« **Dans la crypte du château de Pubol**, en Catalogne, deux tombes, contiguës, ont été construites. Elles se rejoignent sous terre pour que les deux amants puissent s'étreindre après la mort. Mais si Gala repose bien, depuis 1982, dans la tombe de droite, Dali, décédé en 1989, ne se trouve pas dans celle de gauche. »*

https://www.lemonde.fr/culture/article/2015/08/08/la-sepulture-fantome-de-salvador-dali-pres-de-gala_4716723_3246.html

https://blog.costabrava-pals.com/chateau-de-pubol-sanctuaire-gala-dali/

Sont acceptées les réponses faisant référence au « **Château de Pubol** »

2)



© Salvador Dalí, Fundació Gala-Salvador Dalí, Figueres, 2017

Num. cat. P 822

The Hallucinogenic Toreador **(Le toréador hallucinogène)**

Description

Date:	1970
Technique:	Huile sur toile
Dimensions:	398.8 x 299.7 cm
Signature:	Signé et daté en bas à gauche: *Gala Salvador Dali / 1970*
Localisation:	The Dali Museum, St. Petersburg (Floride)

Les différentes orthographes : « **Torero / Toréador / Torrero Hallucinogène** » sont acceptées .

3) Non ce n'était pas : *« Saint Georges terrassant le dragon »*

© Salvador Dalí, Fundació Gala-Salvador Dalí, Figueres, 2017

Num. cat. P 828

Sans titre

D'après «Roger délivrant Angélique» d'Ingres

Description

Date:	c. 1970
Technique:	Huile sur toile
Dimensions:	291 x 144.5 cm
Signature:	Non signé, non daté
Localisation:	Mairie de Figueres, en dépôt permanent à la Fundació Gala-Salvador Dalí, Figueres

Mais bien « Roger délivrant Angélique » d'Ingres

Vignette 3

1) Quelle heure est-il ?

Incertitude due aux erreurs de parallaxes : **15h10, 15h11, 15h12** sont acceptés

2) **Qui est-elle ?**

Dress designed by Paco Rabanne

Dress designed by Paco Rabanne

Rabanne, Paco

Dress designed by Paco Rabanne

Date: c.1966

Dimensions: 119 x 30 x 21 cm

Technique: Plastic plates and metal rings

Location: Dalí Theatre-Museum

Le site officiel (https://www.salvador-dali.org/en/museums/dali-theatre-museum-in-figueres/the-collection/76/dress-designed-by-paco-rabanne)

Une première piste – 1968 - Paco Rabanne / Françoise Hardy / Salvador Dali :

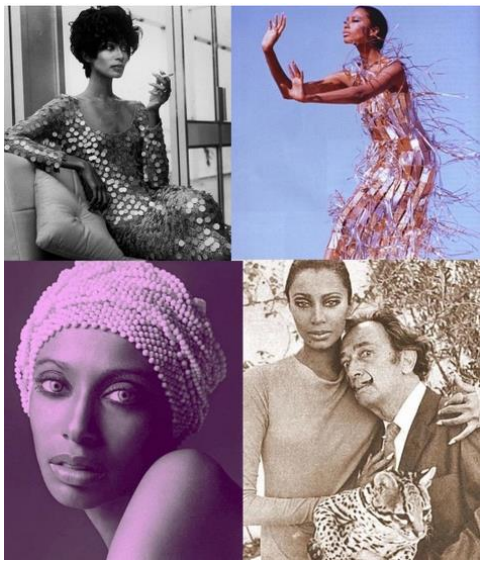
https://www.journaldesfemmes.fr/mode/styles-de-people/1869854-francoise-hardy-look-tenues-photos/1870587-23-avril-1968

Une deuxième - 1967 - Amanda Lear

https://m.ina.fr/video/I00012775/amanda-lear-dans-une-robe-en-metal-de-paco-rabanne-video.html

https://erikdoorme.be/hardyrabanne/pagina24.html

1966 - Donyale Luna !!!



https://styledtoatea.wordpress.com/2016/02/02/28-nefertitis-reincarnate-donyale-luna/

https://www.facebook.com/FashionStreetstyleAndMore/posts/model-donyale-luna-in-the-1960s-for-paco-rabanne-fashionbeauty-magazinwwwfashion/845664288850417/

1966 est « l'année Luna », comme l'affirme le *Time*, qui consacre un long papier à cette « créature de contrastes ». À Paris, elle défile pour **Courrèges**, Saint Laurent, **Valentino**, Paco Rabanne (qui présente à ce moment-là ses douze robes importables composées de disques de Rhodoïd) tandis que les magazines *Elle* et *Paris Match* se la disputent (*Match* enverra même onze photographes différents shooter le mannequin le temps d'un édito mode inoubliable). Même **Salvador Dalí** tombera sous le charme de Donyale Luna, qui lui rend visite à Cadaqués et devient l'une de ses muses – l'artiste surréaliste avait pour habitude de dire que le top était « la réincarnation de Nefertiti ». « Je n'avais jamais prévu d'être un mannequin quand j'étais à Détroit » s'étonne pourtant la principale concernée, qui continue son tour européen jusqu'à s'arrêter en Italie à la fin des années 60. C'est la période où le cinéma se l'arrache, on la voit dans *Blow-Up* d'Antonioni (1966), *Qui êtes-vous Polly Maggoo ?* de William Klein (1966), *Skidoo* d'Otto Preminger (1968) ou encore *Satyricon* de Fellini (1969). Elle tourne à Rome pour ce dernier et c'est là qu'elle rencontre **Luizi Cazzaniga**, un photographe qu'elle épouse en 1976 en Californie et avec qui elle aura une fille, **Dream Cazzaniga**, l'année d'après. ¶

https://www.vanityfair.fr/mode/story/donyale-luna-le-supermodel-americain-que-la-mode-a-injustement-oublie/12875

1966 Entrevista a Salvador Dali - Ballet Dali Barcelona Paco Rabanne - Dali Interview

https://www.youtube.com/watch?v=Ajcs3Wl4YwQ

Barème

- Paco Rabanne : 1pt
- Paco Rabanne + Françoise Hardy ou Amanda Lear = 2pt
- **Paco Rabanne +Donyale Luna= 3pts**

Dernière minute

Jean Clemmer - Salvador Dali Picture Story

Au Musée de Figueras, c'est Anne Lore habillée en or par Paco Rabanne qui sera près d'un crucifix imaginé par Dali, puis dans la cour, devant le taxi pluvieux et la monumentale statue d'Ernst Fuchs

http://www.studiodelimage.com/jean-clemmer/salvador-dali.htm

- **Anne Lore** rapporte un point !

L'homme oiseau

- Reconnaitre « L'homme oiseau » rapporte un point
- Reconnaitre un crane de crocodile rapporte un point

Vignette 4

1) Mais quelle heure est-il ?

6h00 ou 12h30 : that's the question : regardons l'alignement de l'aiguille sur le 12 :

6h00

12h30

C'est donc **6h00 /18h00** qui rapportent les 3 points (à une minute près)
Dire que les deux sont possibles (bon questionnement, mais pas de choix argumenté) , rapporte 1 point..

2 Mais quelle heure est-il ?

6h55 /18h55 rapportent 3 points (à une minute près)

Vignette 6

1) Mais quelle heure est-il ?

13h47

1h47 / 13h47 rapportent 3 points (à une minute près)

2) Mais quelle heure est-il ?

10h12

10h12 / 22h12 rapportent 3 points (à une minute près)

3) Qu’y voit-on ?

« Baignoire » ne rapporte qu’un point

Une description qui reprend des informations de la phrase suivante :
« Une salle de bain renversée avec une baignoire sur un carrelage à carreaux noir et blanc, une table d'appoint avec un tiroir ouvert et une lampe, un tabouret »
rapporte 3 points

Le mot de passe de la salle 21

Babaouo ne vous a pas posé de problème pour aller à :
http://legranddefiraid28.atspace.cc/espagne/epilogue/babaouo.html

Pour l’épilogue : quelques lignes d’explications à suivre dans :

« ***Quand Platon, Kepler, Euler, Buckminster et Dali monte une équipe Défi Raid28 et organisent une partie de foot…*** »

Les Défis RAID 28

DEFI n° 19

Les Défis RAID 28

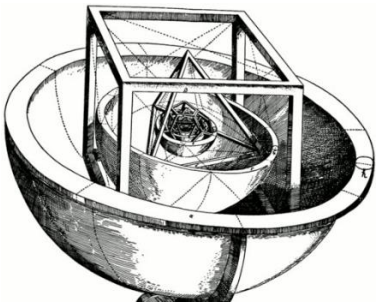
Le Week-End du Raid 28 2021 c'est toute l'année !

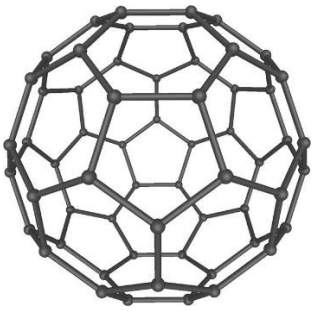
DEFI n°19 – Le Fléché Espagnol

Une solution

L'épilogue

Quand Platon, Kepler, Euler, Buckminster et Dali montent une équipe « Défi Raid28 »





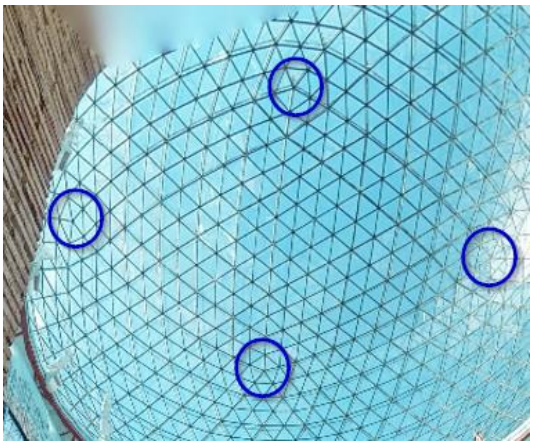
et organisent une **partie de foot**

V 1.7 du 08/06/21

Introduction

La question est donc de compter les éléments constitutifs de ce dôme dominant le musée :

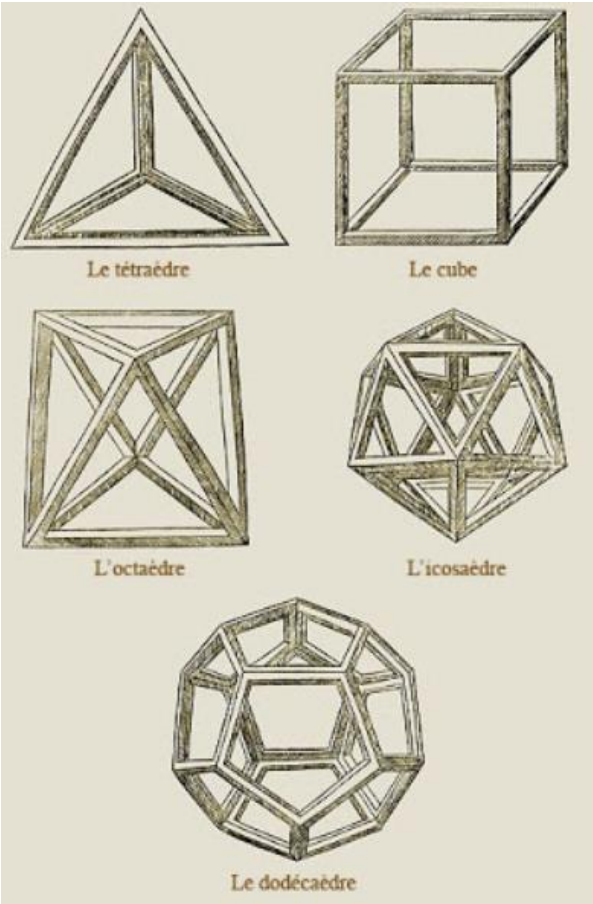
On pourrait se lancer tête baissée dans le dénombrement et/ou les calculs, mais prenons notre temps, et zoomons sur cette photo : on voit des points de discontinuité dans la structure.



Je vous propose d'y aller voir de plus près !

Platon (428-348 av JC)

Au final on voudrait une structure qui pave la sphère : il est assez normal de de s'intéresser aux cinq solides platoniciens



Ci-contre : les cinq polyèdres réguliers possibles dessinés par Léonard de Vinci

- Tétraèdre : 4 faces
- Cube : 6 faces
- Octaèdre : 8 faces
- Icosaèdre : 20 faces
- Dodécaèdre : 12 faces

Ce n'est pas Platon, qui les a découvert ! mais il les a intégrés dans sa philosophie.

Car il faut bien voir la fascination que la symétrie de ces objets exerçait. Fascination que l'on qualifierait aujourd'hui de mystique, qui essaie d'intégrer ces solides dans la compréhension du monde.

Le tétraèdre est associé au feu, l'octaèdre à l'air, le cube à la terre, l'icosaèdre à l'eau et le dodécaèdre à l'éther.

Timée (Platon)

Où Timée explique à Socrate comment Dieu a procédé pour construire le monde :

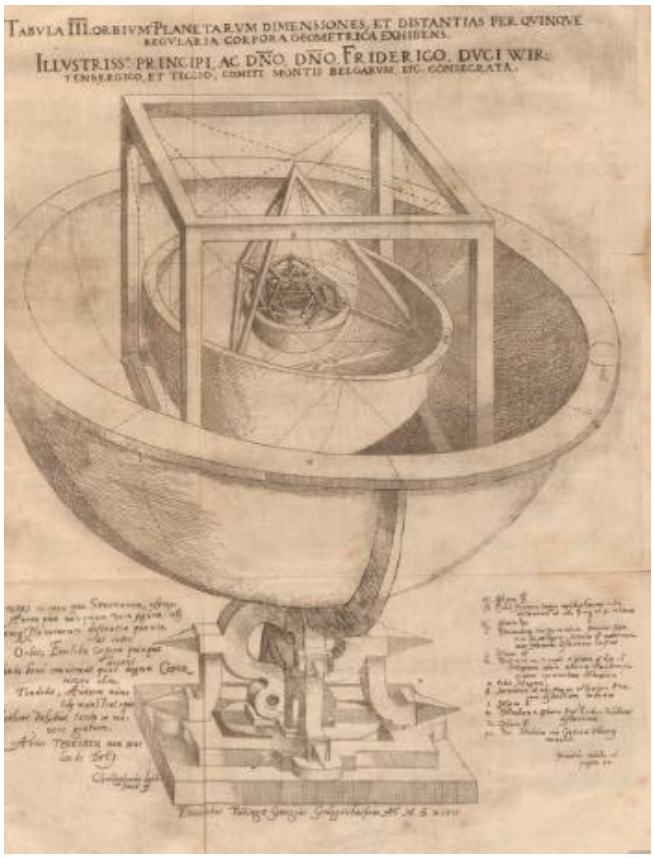
« Tout ce qui a commencé doit être corporel, visible et tangible. Or, rien n'est visible sans feu, ni tangible sans quelque chose de solide, ni solide sans terre. Dieu commença donc par composer le corps de l'univers de feu et de terre. Mais il est impossible à deux choses de bien se joindre l'une à l'autre, sans une troisième : il faut qu'il y ait au milieu un lien qui rapproche les deux bouts, et le plus parfait lien est celui qui de lui-même et des choses qu'il unit, fait un seul et même tout. La proportion atteint parfaitement ce but. Car, lorsque de trois nombres, soit trois masses ou trois forces quelconques, le moyen est au dernier ce que le premier est au moyen et au premier ce que le dernier est au moyen, et si le 'moyen devient le premier et le dernier, et que le premier et le dernier deviennent les moyens, il arrive nécessairement que tout est le même, et que tout étant dans le même rapport, tout est un comme auparavant. Par conséquent, si le corps de l'univers n'avait dû être qu'une surface sans profondeur, un seul milieu aurait suffi pour lier ses extrêmes et lui donner de l'unité à elle-même. Mais, comme il devait être un corps solide, et que les corps solides ne se joignent jamais ensemble par un seul milieu, mais par deux, Dieu plaça l'eau et l'air entre le feu et la terre, et ayant établi entre tout cela autant qu'il était possible des rapports d'identité, à savoir que l'air fût à l'eau ce que le feu est à l'air, et l'eau à la terre ce que l'air est à l'eau, il a, en enchaînant ainsi toutes les parties, composé ce monde visible et tangible. C'est de ces quatre éléments réunis de manière à former une proportion, qu'est sortie l'harmonie du monde, l'amitié qui l'unit si intimement que rien ne peut le dissoudre, si ce n'est celui qui a formé ses liens. «

(http://remacle.org/bloodwolf/philosophes/platon/cousin/timee.htm)

,

Johannes Kepler (1571-1630)

Le Mysterium Cosmographicum :



Kepler ne nous aidera pas directement dans notre quête mais nous nous devions de nous arrêter un moment pour voir comment là encore les solides platoniciens sont appelés pour décrire le monde.

Dans ce premier ouvrage inspiré du Timée de Platon, Kepler modélise la structure de l'univers comme un emboitement des cinq polyèdres venant s'intercaler entre les orbites des planètes.

Avec de l'extérieur vers l'intérieur :

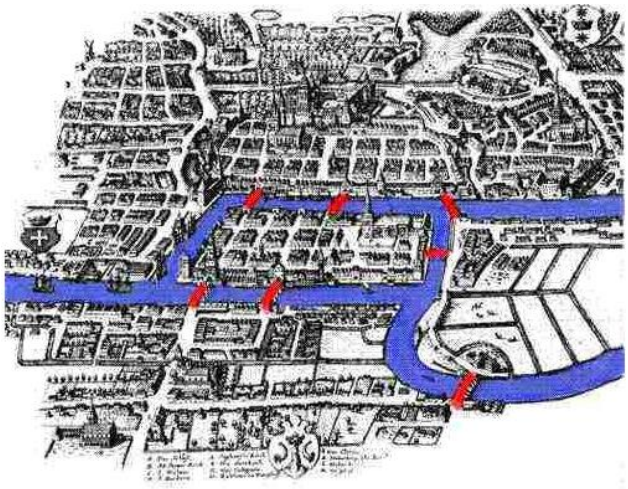
Saturne / Cube / Jupiter/ Tétraèdre / Mars / Dodécaèdre /terre / Icosaèdre / Venus / Octaèdre / Mercure

On voit que si l'approche est déjà copernicienne, le soleil est au centre, il reste beaucoup de travail à Kepler pour pouvoir distinguer « les lois » qui régissent les trajectoires et les vitesses des planètes.

C'est l'étude des observations faites par Tycho Brahe, notamment de la trajectoire de Mars qui amènera Kepler à la formulation de ses trois lois.

Leonhard Euler (1707 1783)

Théorie des graphes



Vous connaissez le problème des **sept ponts de Königsberg** : Est-il possible de faire un circuit qui passe une fois et une seule par chaque pont et de revenir à son point de départ ?

Euler résout le problème et pose ainsi les bases de la théorie des graphes (je vous laisse voir comment aborder ce problème !)

Et pour revenir à notre défi espagnol, c'est Euler qui établit que dans un polyèdre convexe nous avons la propriété :

S (nombre de sommets) - A (nombre d'arêtes) + F (nombre de faces) =2

$$\mathbf{S - A + F = 2}$$

C'est notre timbre de la deuxième question de l'épilogue.

On pourra pour éclairer la suite de ce document relire le mémo de **Gilles M** :

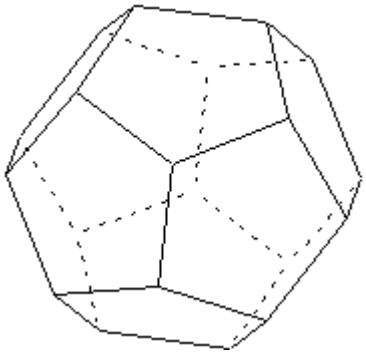
> **Topologie** : Étude des propriétés invariantes dans la déformation géométrique des objets :
> Si Euler avait connu le petit bois du Fond Garant..

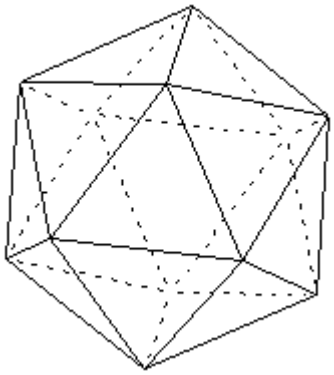
Le ballon de foot

Tout doucement nous progressons : revenons à notre problème : « le pavage de la sphère ». On voudrait construire une structure, le plus simple possible qui se rapproche au mieux de la sphère.

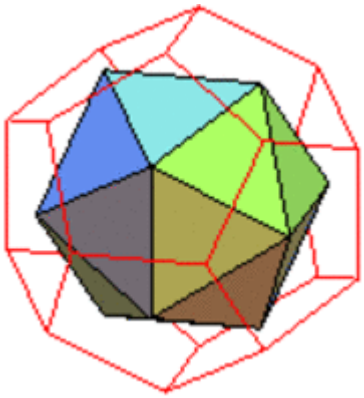
Nos 5 solides platoniciens : sont des bons candidats, avec peu d'imagination, et de conviction : il suffirait de les gonfler pour leur faire prendre la forme d'une sphère

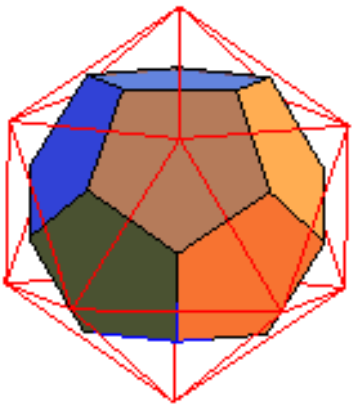
Mais l'icosaèdre et le dodécaèdre avec leurs nombres de faces et de sommets plus importants semblent plus adéquats :





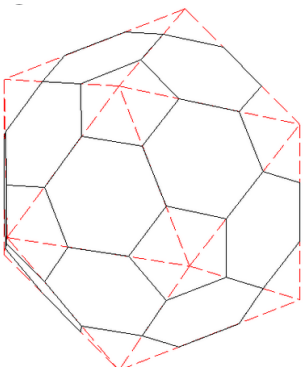
Ces deux-là sont fortement liés : **dodécaèdre** : 12 Faces et 20 sommets, **Icosaèdre :** 20 faces triangulaires et 12 sommets. On les appelle « duaux » on trouve l'un à partir de l'autre en reliant le centre de leurs faces

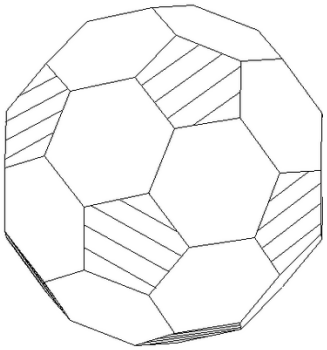




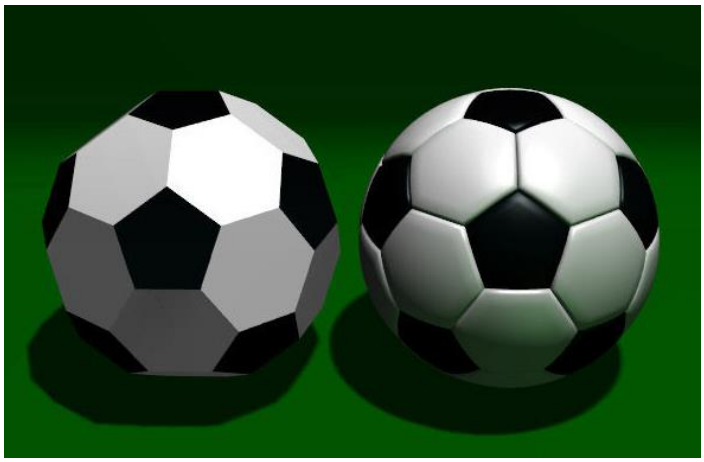
Mais revenons à notre idée de les gonfler, l'icosaèdre est constitué de triangles, ce se plus simple à construire. J'ai essayé un moment de gonfler l'icosaèdre : ce n'est pas si facile et ça donne un résultat avec des coins pointus. Ce qu'il faudrait, c'est raboter : couper les coins.

L'icosaèdre tronqué est né, on coupe les coins : les pentagones et les hexagones apparaissent.





Et maintenant si on gonfle, on va pouvoir commencer à jouer !



Interlude : Une histoire de ballons

Et alors ? les ballons de foot ont toujours été ainsi ? Et non… regardons les ballons de foot de la coupe du monde :

1930 – Uruguay
Le T-Shape

1934- Italie

1938 -France

1950- Brésil

1954- Suisse

1958- Suède

1962 -Chili
Santiago

1966 - Angletterre

Le T-shape est particulier avec ces douze pièces en forme de T, les autres sont plus classiquement en forme de cube (6 faces) avec leurs faces découpées en 2 ou 3 pièces. Le Santiago, d'Adidas a ses faces octogonales jamais revues depuis mais a déjà un look qui nous est familier.

Et c'est en 1970 au Mexique qu'apparait notre Icosaèdre tronqué : Le Telstar
Sa couleur est choisie pour qu'il soit visible sur les écrans noirs et blancs de l'époque, et son nom est dû à sa ressemblance avec le satellite **Telstar** lancé en 1962.

Ci-dessous trois vidéos de l'époque à ne pas manquer.

A Pleumeur Bodou, dans les Côtes du Nord, les signaux émis par **Telstar** sont captés et permettront de recevoir des images de la première émission de télévision, la Mondovision.

The President Kennedy's Telstar News Conference
of July 23, 1962

Colette Deréal - Telstar
December 31, 1962

Ensuite tous les ballons des coupes du monde seront des Icosaèdres tronqués, même si cela est moins visible avec les décorations et la disparition de la couleur noire du pentagone

1974 - Allemagne

1978 -Argentine

1982 - Espagne

1986 - Mexique

1990 - Italie

1994 – Etats-Unis

1998 - France

2002 - Corée

Ensuite tout s'emballe... L'icosaèdre disparait !

2006 – Allemagne
Teamgeist

2010 - Afrique du sud
Jabulani

2014 Brezil
Brazuca

2018 – Russie
Telstar 18

Je rage ne de pas avoir trouvé les patrons des deux premiers :

Le Teamgeis

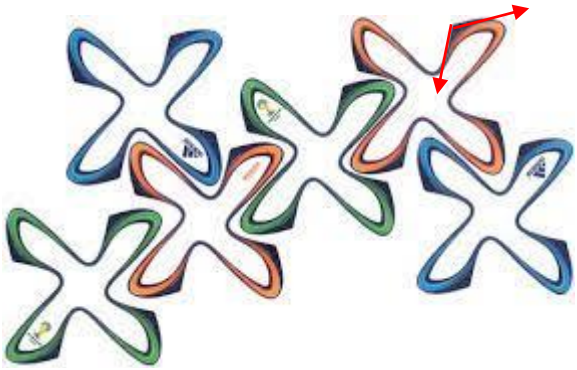
C'est un cube tronqué **: 14 faces ...**

Le Jabulani

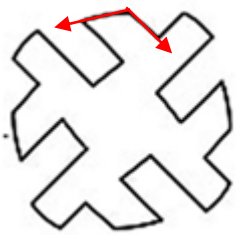
C'est un tétraèdre tronqué : **8 faces** !

Et à partir de 2014, c'est le grand retour des ballons **cubiques** ! Ce sont des cubes, mais sans coin, ou plutôt à coins plats !

Le Brazuca :



Le Telstar 18



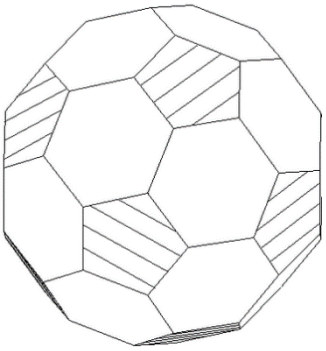
J'ai tracé sur les ballons les « coins » du ballon qui comme tous les coins d'un cube qui se respecte sont la jonction de **trois** faces, faces qui à plat ont bien sûr 4 angles de 120° !

(*Au passage on s'aperçoit que Cauchy, Alexandrov et Pogorelov s'invitent dans la conversation avec leurs théorèmes., mais c'est trop tard, l'équipe est complète, car une équipe de Raid 28 c'est **5 maximum***)

Mais ne nous égarons pas … Nous avons des triangles à compter !

Le ballon de foot (suite)

Revenons donc à notre **icosaèdre tronqué**. Que dit Euler de ce polyèdre ?



- Nombre d'hexagones : H=20, Nombre de pentagones : P=12
- Nombre d'arêtes : (H*6 +P*5) /2 = 90
  (On divise par 2 car une arête appartient à 2 faces)
- Nombre de Sommets : (H*6 +P*5) /3 =60
  (On divise par 3 car un sommet appartient à 3 faces)

S – A + F = 60 – 90 +12 **= 2**

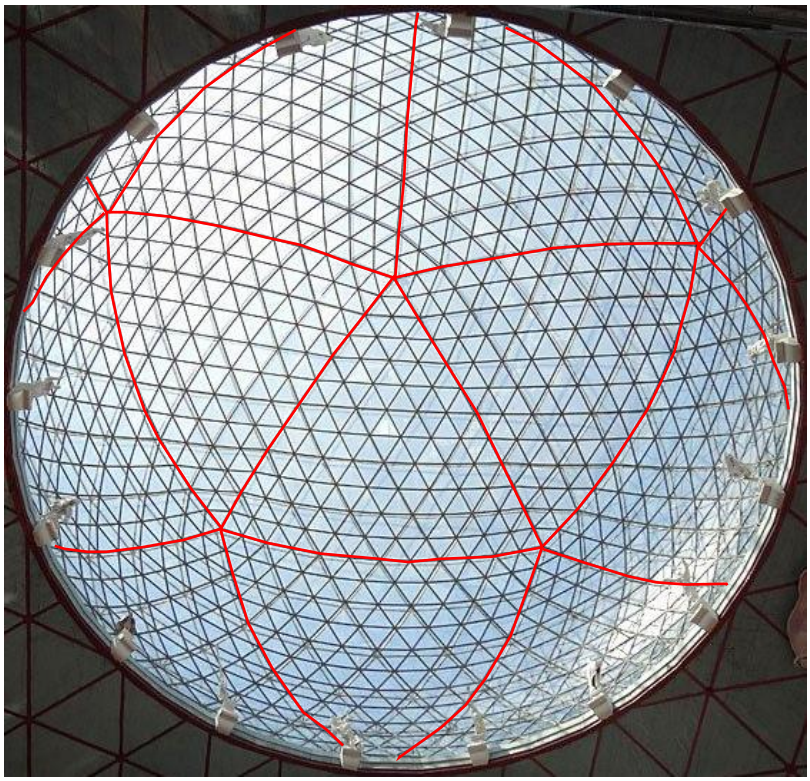
Et d'ailleurs un petit calcul nous montre que si on mélange des hexagones et des pentagones pour paver notre sphère, il y aura exactement 12 pentagones !

Car on trouve

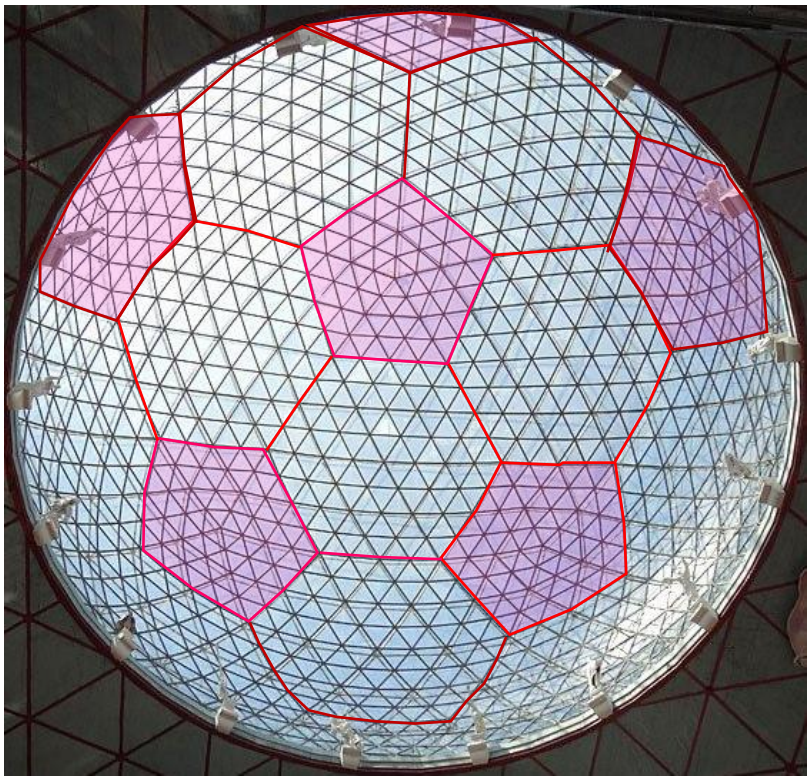
(H+6 +P*5) /3 -(H*6 +P*5) /2+(H+P) =2 qui se simplifie en **P=12 !**

Interlude - Le dôme :

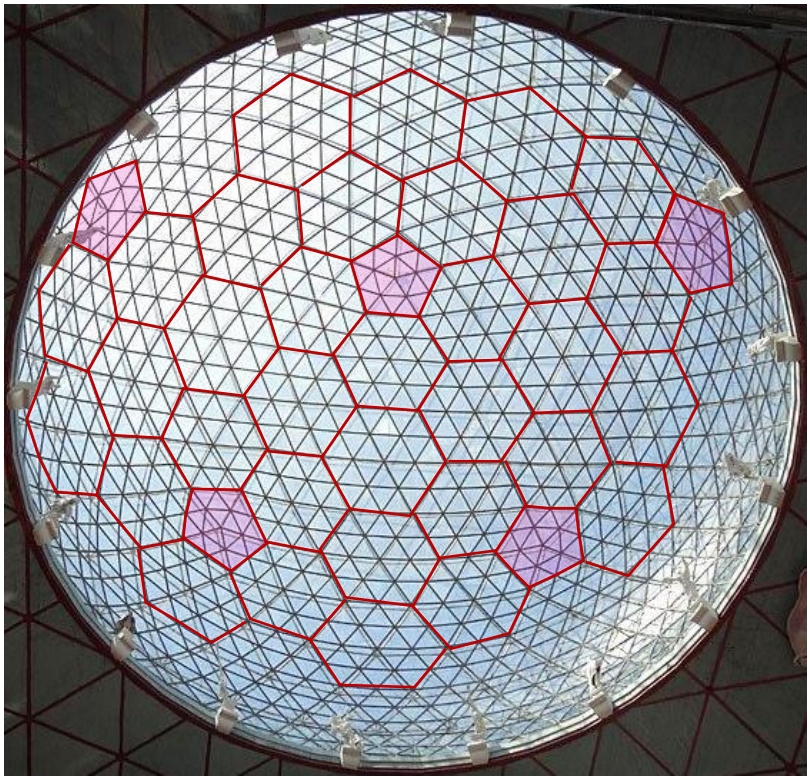
Maintenant que nous savons tout ce qui peut se cacher dans un pavage de la sphère avec des triangles, retournons voir avec curiosité et un œil nouveau les formes cachées de notre dôme.



Ci-dessus **l'icosaèdre** avec ses 20 triangles.



Ci-dessus- : **Le ballon de foot** avec ses douze pentagones.



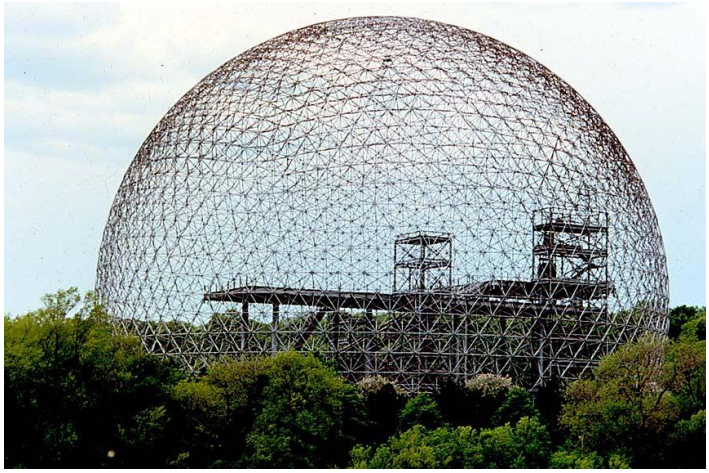
Ci-dessus un assemblage d'hexagones et de pentagones : **12** pentagones bien sûr !

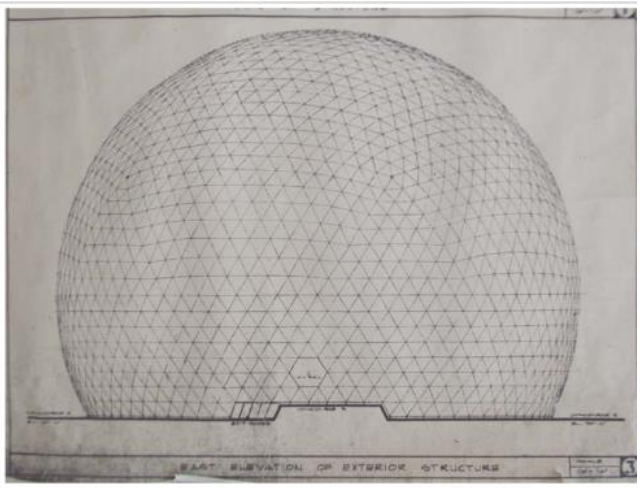
Richard Buckminster Fuller (1895 - 1983)

Le dôme géodésique

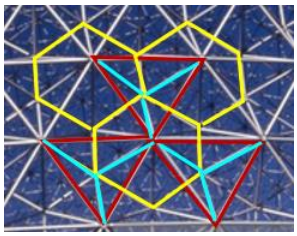
Buckminster n'est pas le premier à construire un dôme géodésique, c'est **Walter Bauersfeld** qui a conçu la première géode, un planétarium, en 1922 :

Mais c'est Buckminster qui en développa le principe et la construction. Il conçoit **« La biosphère** » pour l'exposition de 1967 à Montréal





Le plan nous est familier, mais pourquoi ce dôme sur la photo semble si confus ? : c'est qu'il est fait de **deux couches** :

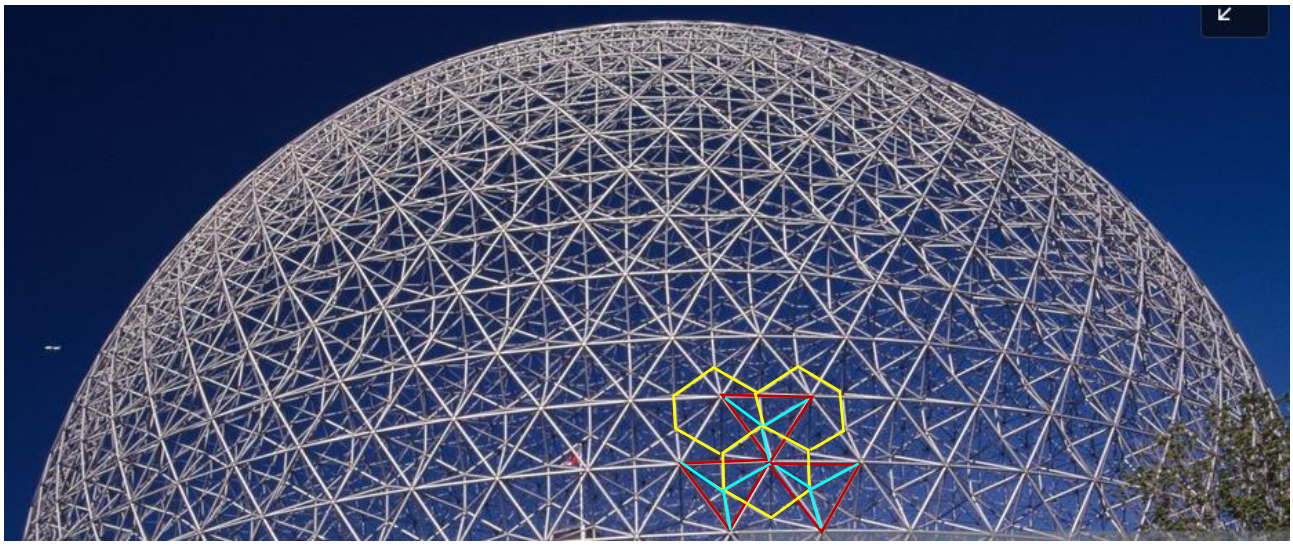


La couche extérieure a la même structure que notre dôme espagnol : un **icosaèdre** et ses petits triangles.

La deuxième couche, intérieure, est un maillage correspondant aux centres de gravité de nos triangles, on le voit bien sur le schéma et sur la photo ci-dessous :

- Les triangles rouges sont à l'éxtérieur
- Sur chaque triangle est monté un tétraèdre (une petite pyramide) vers l'intérieur (les barres bleues)
- Les sommets de ce tétraèdre sont reliés à l'intérieur par les barres jaunes qui forment des hexagones

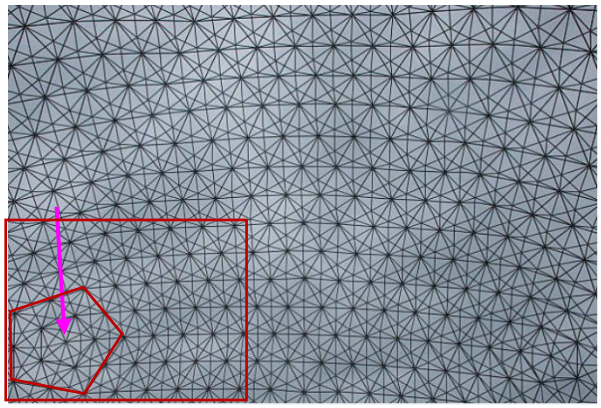
Les traits rouges/ jaunes/ bleus correspondent à des vraies barres de la structure.

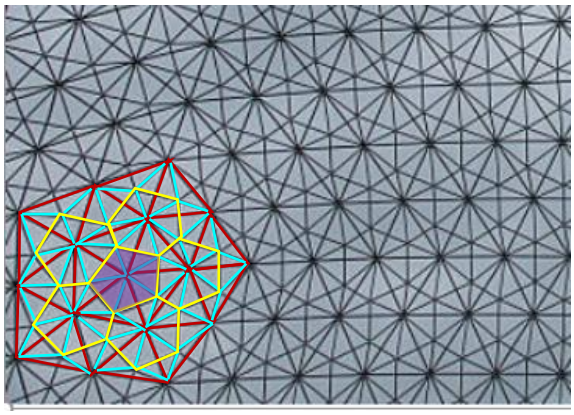


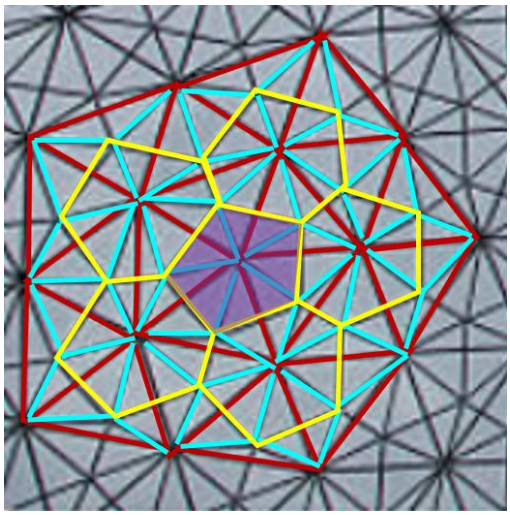
Des hexagones ? On avait dit que ce n'était pas possible, qu'il fallait exactement 12 **pentagones** sur notre sphère : bien sûr ils sont là ! autour des 12 sommets initiaux de notre icosaèdre

Où est Charlie ? Ça ne va pas être facile de trouver nos pentagones…

Mais sur cette vue de l'intérieur, on le voit ci-dessous (en violet) entouré de ces (cinq) hexagones : une fois repéré, on ne voit que lui !

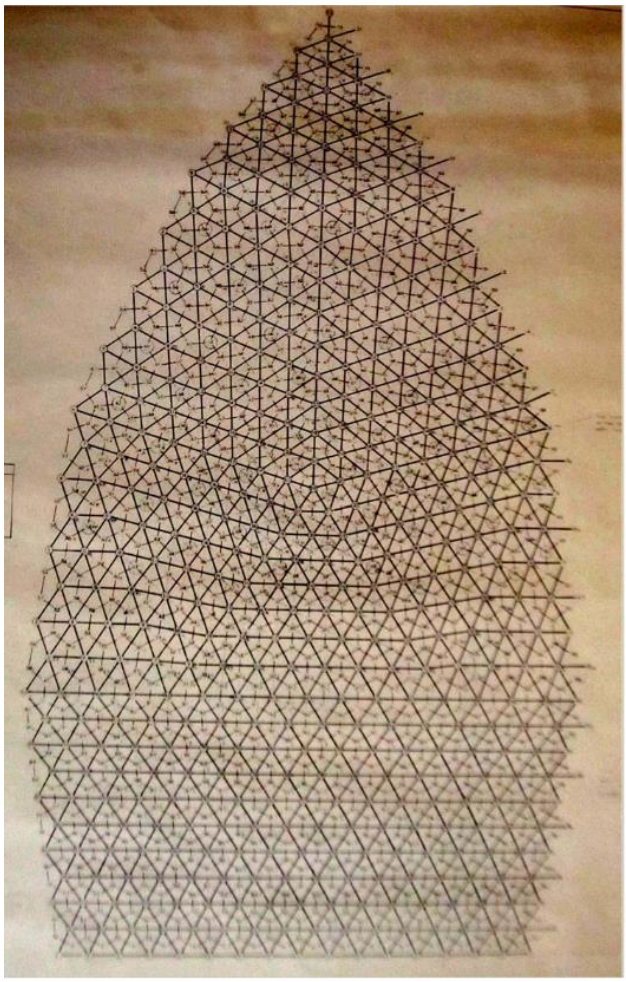






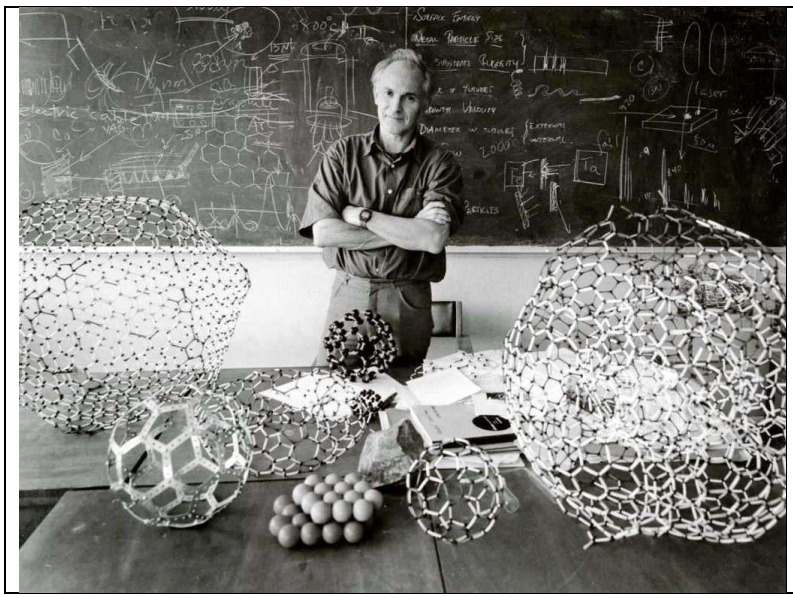
Le dessin ci-dessous est magnifique, il correspond à une sorte de « quartier d'orange » de notre dôme : on y voit en avant plan nos petits triangles, en arrière-plan les hexagones.

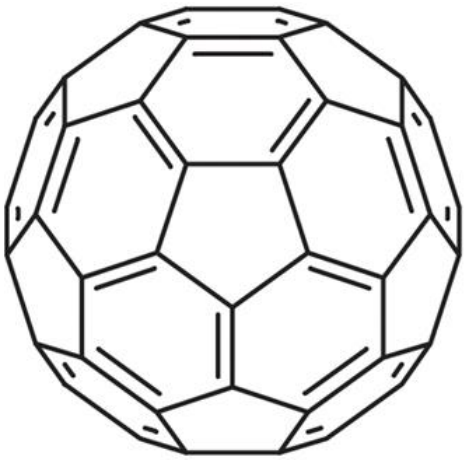
Où est Charlie : combien de sommets de notre icosaèdre sauriez-vous y retrouver ?



Le C60 : le footballène

En 1985 fut découvert le fullerène C60 (molécule carbonée), cette découverte valut le prix Nobel de chimie en 1996 à Richard E. Smalley, Robert F. Curl, et Harold W. Kroto





Ci-contre : Harold Kroto

Cette molécule sphérique fut baptisée le « **Buckminsterfullerène** » ; c'est notre ballon de foot !

La boucle est bouclée !

Dali (1904 - 1989)

Bien sûr il ne pouvait être qu'être fasciné par tout cela :

« La dernière Cène »

Dans ce tableau de Léonard de Vinci revisité par Dali, apparait le dodécaèdre avec ses 12 faces

Et dans ce reportage :

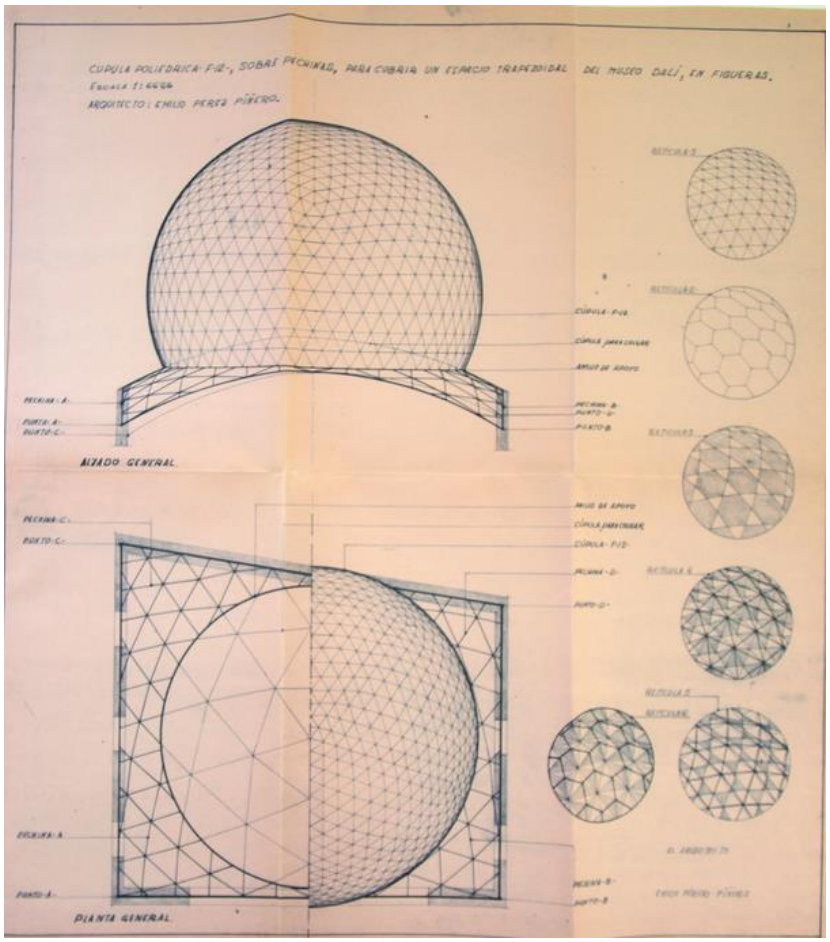
1966 Entrevista a Salvador Dali - Ballet Dali Barcelona Paco Rabanne - Dali Interview

(https://www.youtube.com/watch?v=Ajcs3Wl4YwQ)

Le chapeau …. Ça vous dit quelque chose ?

Le dôme

Dali connaissait le travail de Buckminster, et c'est lui qui a donc eu l'idée de ce dôme géodésique dont il a confié l'étude à Emilio Pérez Piñero :

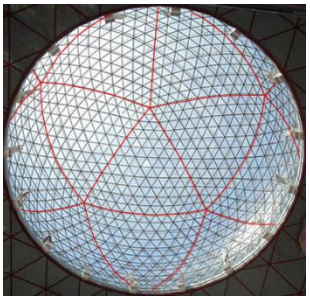


Ci-dessous, l'hommage de Dali à Piñero qui décéda avant d'avoir vu la fin de sa construction, Dali n'hésite pas à comparer son musée de Figuares avec la basilique Saint Pierre !

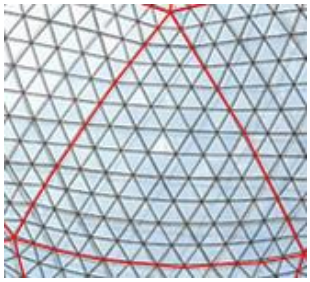
Dali hésita-t-il à ramener le centre du monde de la gare de Perpignan à Figuares ?

Retour à l'épilogue : quelques calculs :

Le dôme intérieur



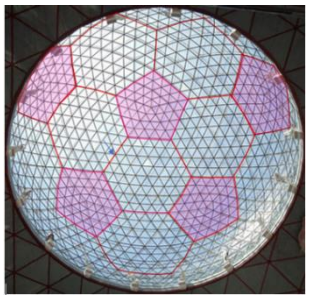
- On a donc un **icosaèdre** à 20 Faces



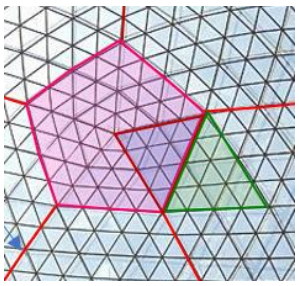
Chaque face triangulaire étant composée de petits triangles de base 12 fois plus petite.
Comptons-les :

12 +(11+11) +(10+10) + …. +(1 +1)
= 12 * 2 *(11 + 10 + … +1)
= 12 +2 * (11 * 12) /2 = 12*12 =**12^2** =144 triangles

La demi sphère est composée de (20*144) /2 **= 1440 triangles**



- On peut vérifier avec notre **ballon de foot**

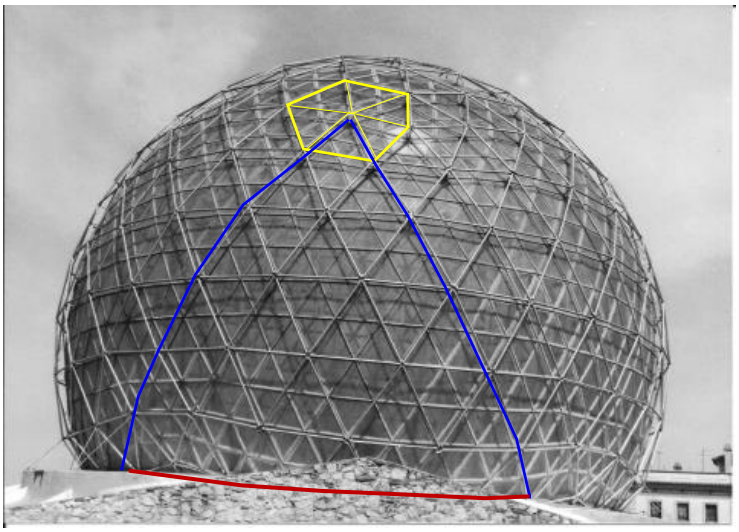


12 pentagones de coté 4 : soit 12*5 triangles de coté 4
20 hexagones de coté 4 : soit 20*6 triangles de coté 4

Un triangle de coté 4 contient 16 petits triangles

La demi-sphère est composée de (180*16) /2 = **1440 triangles**

Le dôme extérieur



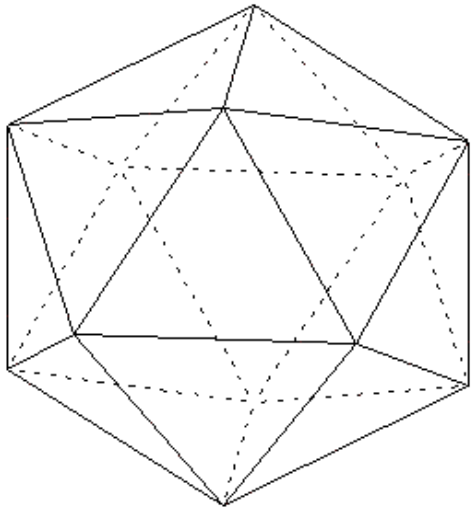
On peut très bien avec un peu de méthode compter les éléments « de visu », mais on peut aussi essayer de modéliser la chose :

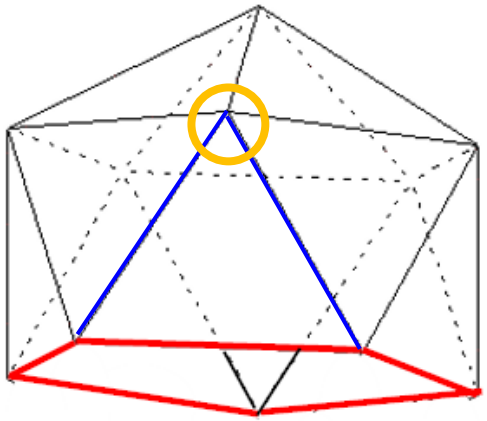
Mais avant tout, remarquons (**pour vérification finale**) que pour **cause de symétrie**, que « l'on voit » en regardant le dôme « de dessus » que :

- Le nombre de triangles est un multiple de 5
- Le nombre de barres est aussi un multiple de 5
- Mais que le nombre de sommets est multiple de 5 +1 (le sommet tout en haut du dôme)

Euler est content et se dit que tout est encore possible…

Abordons le problème avec notre icosaèdre, il a été coupé à la base, et il a **15 faces**, et repose maintenant sur une base pentagonale (en rouge).

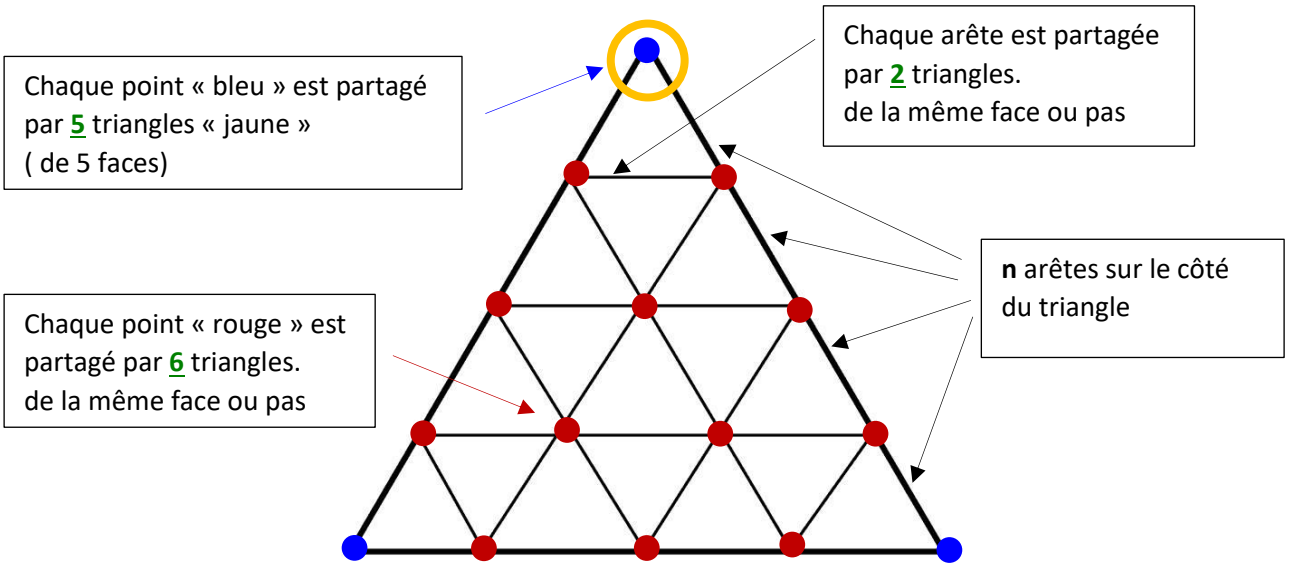




- Les 15 faces sont des triangles de coté 6
- Mais plutôt que de calculer avec « 6 », utilisons la variable « n » dans nos calculs, ce qui permettra quelques vérifications (par exemple n=1 sera l'icosaèdre simple, n=12 sera l'icosaèdre intérieur)

1° solution

Pour une face : on calcule sa contribution **à l'icosaèdre complet**



Donc pour une face :

- Nombre de petits triangles dans un triangle de côté n : $\mathbf{n^2}$ (démontré pour le dôme intérieur)
- Nombre d'arêtes **: 3 $\mathbf{n^2/2}$** (trois par triangles, divisé par 2 car on les compte deux fois)
- Nombre de sommets : trois par triangles, mais en comptant à part les « bleus »
  - (3 n^2-3) /6 sommets rouges (partagés entre 6 triangles)
  - (3) / 5 sommets « bleus » (partagés entre 5 triangles)
- Soit **S = $\mathbf{n^2/2 + 1/10}$**

En résumé, pour une face

$$\begin{cases} F = n^2 \\ A = 3/2\ n \\ S = 1/2\ n^2 + 1/10 \end{cases}$$

Vérifions

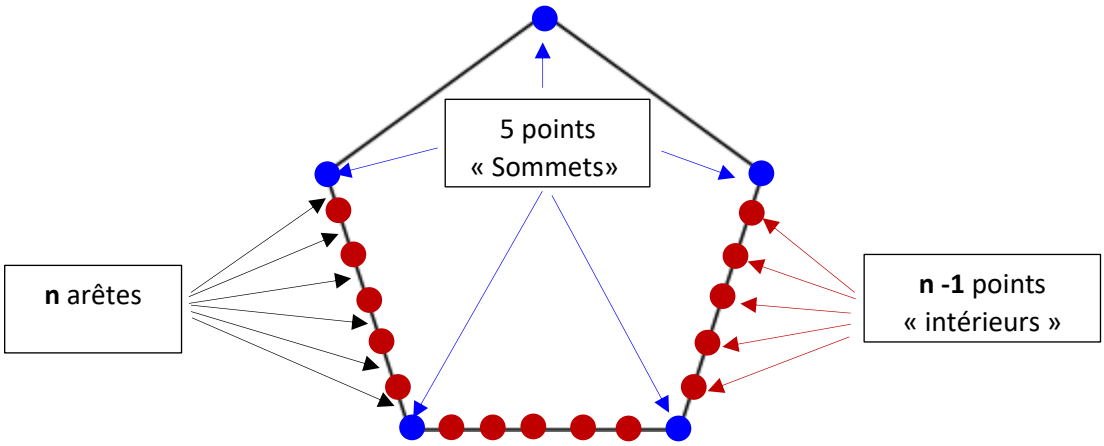
Pour l'icosaèdre complet (20 faces) on trouve :

- F=20 n², A=30 n² et S= 10 n² +2 ce qui nous donne bien : **S – A + F =2**
- Et pour n=1 les chiffres connus F = 20, A = 30, S = 12

Pour les 15 faces de notre dôme : si on multiplie par 15 :

$$\begin{cases} F = 15(n^2) \\ A = 15(3/2n) \\ S = 15(1/2n^2 + 1/10) \end{cases}$$

Mais ce calcul n'est valable que si chaque face à toutes ses voisines…On a donc oublié dans ce calcul des arêtes et des sommets sur notre base pentagonale, qu'il nous faut rajouter en ramenant leur coefficient à 1…



Arêtes :

Chacune des 5n arêtes de la base a été comptée pour 1/ 2 au lieu de 1
(car elle appartient à un seul petit triangle, et non pas **2** comme dans l'icosaèdre complet).

⇨ On ajoute à A : 5n * (1 - 1/2)

Sommets

Chacun des 5 (n-1) sommets « rouge » a été compté pour 3/6 au lieu de 1
(Car il appartient à 3 petits triangles et non pas **6** comme dans l'icosaèdre complet)

=> on ajoute à S : 5 (n-1) * (1 – 3/6)

Chacun des 5 sommets « bleu » a été compté pour 3/5 au lieu de 1
(Car il appartient à trois faces et non pas **5** comme dans l'icosaèdre complet)

=>on ajoute à S : 5*(1 - 3/5)

Au total on ajoute donc à S : 5/2(n-1) +2

Au final **:**

$$\begin{cases} F = 15n^2 \\ A = 45/2n^2 + 5/2\ n \\ S = 15/2n^2 + 5/2\ n + 1 \end{cases}$$

Vérifions

Pour n=1 on trouve F=15, A= 25, S=11, soit l'icosaèdre amputé de 5 faces, 5 barres et 1 sommet : parfait.

Et bien sûr **F-A+S=1** auquel il faut rajouter la base pentagonale : +1, Euler est content.

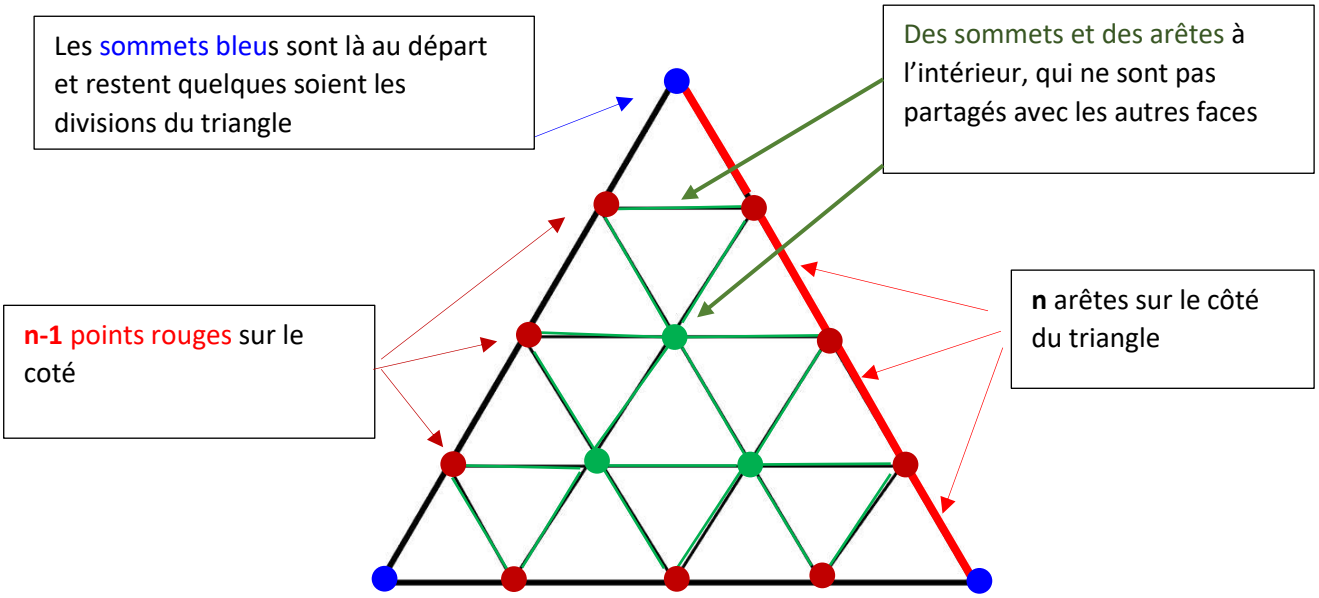
Et donc pour n=6, on trouve :

$$\begin{cases} \boldsymbol{F = 540\ faces} \\ \boldsymbol{A = 825\ arêtes\ (barres)} \\ \boldsymbol{S = 286\ sommets} \end{cases}$$

2° solution (par Gilles M)

Un autre point de vue, parallèle au précédent, **du grand art**, qui dit : « *c'est bêta de compter, ce qui au final nous manquera et qu'il faudra rajouter ...* »

Ne comptons plus par « face » mais par « arête » + « intérieur de face »



Ce qui nous donne à **ajouter** par rapport à la face initiale (sans division)

Par arête :

$$\begin{cases} Sommets : n - 1 \\ Segments : n - 1 \end{cases}$$

Par « intérieur » de faces :

$$\begin{cases} \text{Triangles : } n^2 - 1 \\ \text{Arêtes : } 3\ \dfrac{n(n+1)}{2} - 3\ n \text{ de la périphérie } = 3n\dfrac{n-1}{2} \\ \text{Sommets : } \dfrac{(n-1)(n-2)}{2} \end{cases}$$

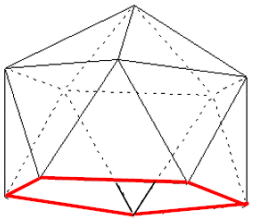
Et donc si nous partons d'un polyèdre à F_1 faces, A_1 arêtes, S_1 sommets on obtient, après une division des arêtes pas n :

$$\begin{cases} F_n = F_1 + F_1(n^2 - 1) \\ A_n = A_1 + A_1(n-1) + F_1 \dfrac{3n(n-1)}{2} \\ S_n = S_1 + A_1(n-1) + F_1 \dfrac{(n-1)(n-2)}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_n = F_1 n^2 \\ A_n = A_1 n + 3F_1 \dfrac{n(n-1)}{2} \\ S_n = S_1 + A_1(n-1) + F_1 \dfrac{(n-1)(n-2)}{2} \end{cases}$$

Avec bien sûr, nous voilà rassuré, Euler aussi !

$$F_n - A_n + S_n = F_0 - A_0 + S_0$$

Et dans notre exemple

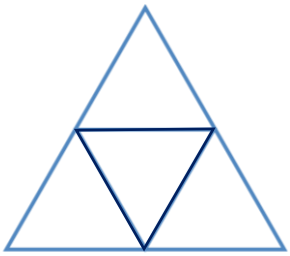


$$\Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{F = 540} \\ \boldsymbol{A = 825} \\ \boldsymbol{S = 286} \end{cases}$$

- $F_1 = 15$, $A_1 = 25$, $S_1 = 11$
- N = 6

Voilà, nous sommes arrivés au terme de la balade

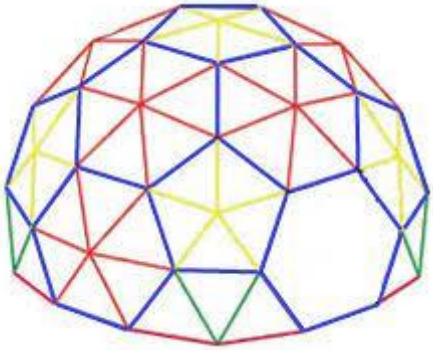
Le 28/04/21
Gilles
Le jeu



Ps : Ceux qui voudraient prolonger la sortie, peuvent toujours se pencher sur le problème de la longueur des barres à utiliser dans un dôme géodésique, car même si on ne fait que couper des triangles, en triangles plus petit.

Comme sur ce schéma.
Sur une sphère toutes les barres résultantes **n'ont pas la même longueur….**

C'est pour ça que si vous achetez un dôme en Kit, les barres sont repérées pour le montage



Les Défis RAID 28

DEFI n° 19